solucionesfebrero1.pdf

user_3503332

Ampliación de Matemáticas

2º Grado en Ingeniería de Comunicaciones Móviles y Espaciales

Escuela Politécnica Superior. Campus de Leganés
Universidad Carlos III de Madrid

Accede al documento original

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

INGENIERÍA INDUSTRIAL	MÉTODOS NUMÉRICOS	10/2/2006

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO:

PROBLEMA 1

El seno hiperbólico es

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

Considere las siguientes funciones de MATLAB para calcular el seno hiperbólico:

- ```
  function s = sinhexp(x)
  s = (powerexp(x)-powerexp(-x))/2;
  ```

  donde `powerexp` es la función usada en la práctica 1 para calcular e^x, donde se ha incorporado la modificación para calcular con precisión exponenciales de números negativos discutida en la práctica 1.

- ```
  function s = powersinh(x)
  s = 0;
  t = x;
  n = 1;
  while s+t ~= s;
    s = s + t;
    t = x.^2/((n+1)*(n+2)).*t;
    n = n + 2;
  end
  ```

1. Suponga que se ejecutan los comandos de MATLAB

   ```
   >> x=10^(-8);
   >> abs((f(x)-sinh(x))/sinh(x))
   ```

   (siendo `sinh(x)` la función de MATLAB para calcular el seno hiperbólico de x y `f(x)` una de las dos funciones anteriores). En la siguiente tabla ESCRIBA DEBAJO DE DOS DE LOS RESULTADOS cuál es el producido por la función `sinhexp(x)` y cuál por `powersinh(x)`

	A	B	C	D
Resultado	2.3345e-001	1.6544e-016	1.1629e-008	4.5781e+003
función		powersinh	sinhexp	

2. ¿Cuál de las dos funciones anteriores requiere menos operaciones para calcular el seno hiperbólico?

powersinh

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

Por los desarrollos en serie tenemos que:

$$\begin{aligned}\sinh(10^{-8}) &= 10^{-8} + O(10^{-24}) \\ \exp(10^{-8}) &= 1 + 10^{-8} + O(10^{-16}) \\ \exp(-10^{-8}) &= 1 - 10^{-8} + O(10^{-16}).\end{aligned}$$

Las funciones `powerexp` y `powersinh` calculan sin ninguna cancelación los números anteriores, por lo que cometen errores relativos de orden 10^{-16}. Por lo tanto, los valores calculados son:

$$\begin{aligned}\text{powersinh}(10^{-8}) &= 10^{-8} + \delta_1, \quad \text{donde} \quad |\delta_1| = O(10^{-24}), \\ \text{powerexp}(10^{-8}) &= 1 + 10^{-8} + \delta_2, \quad \text{donde} \quad |\delta_2| = O(10^{-16}) \\ \text{powerexp}(-10^{-8}) &= 1 - 10^{-8} + \delta_3, \quad \text{donde} \quad |\delta_3| = O(10^{-16}).\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\text{sinhexp}(10^{-8}) \approx 10^{-8} + \frac{\delta_2 - \delta_3}{2}, \quad \text{donde} \quad |\delta_2 - \delta_3| = O(10^{-16}).$$

Por lo tanto `sinhexp` comete un error relativo $O(10^{-8})$ mientras que `powersinh` lo comete de $O(10^{-16})$.
Respecto de las operaciones: `sinhexp` necesita calcular dos series que tienen términos pares e impares, mientras que `powersinh` sólo una, que además tiene sólo términos impares.

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 2

Considere la función `luex`, que es una versión modificada (en los bloques % 3 y % 4) de la función `lutx`:

```
function [L,U,D,p] = luex(A)
[n,n] = size(A);
D = eye(n);
p = (1:n)';

for k = 1:n-1
     % 1. Find index of largest element below diagonal in k-th column
      [r,m] = max(abs(A(k:n,k)));
      m = m+k-1;

     % 2. Skip elimination if column is zero
      if (A(m,k) ~= 0)
          % 3. Multiply the k-th row by a factor
           if (A(k,k) ~= 0)
                D(k,k) = r/A(k,k);
                A(k,:) = D(k,k)*A(k,:);
           else
                disp('A pivot is zero. The method stops')
                break
           end

          % 4. Find again the index of largest element below diagonal
          % in k-th column and swap pivot row
           [r,m] = max(abs(A(k:n,k)));
           m = m+k-1;
           if (m ~= k)
                A([k m],:) = A([m k],:);
                p([k m]) = p([m k]);
           end

          % 5. Compute multipliers
           i = k+1:n;
           A(i,k) = A(i,k)/A(k,k);

          % 6. Update the remainder of the matrix
           j = k+1:n;
           A(i,j) = A(i,j) - A(i,k)*A(k,j);
      end
end
% 7. Separate result
L = tril(A,-1) + eye(n,n);
U = triu(A);
```


WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

1. ¿Cual será el resultado de aplicar `luex` a la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$? (Marque una de las opciones)

   a) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,1 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $p = [1, 2]$.

   b) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $p = [2, 1]$.

   c) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $p = [1, 2]$.

   d) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,1 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ $p = [2, 1]$.

2. Respecto a lo que hace `luex`, se puede decir que: (Marque una de las opciones)

   a) La función `luex` calcula la factorización LU de A, es decir $A = LU$.

   b) `luex` no realiza intercambio de filas y el bloque %4 del programa es innecesario.

   c) `luex` puede necesitar intercambiar filas igual que `lutx` y por tanto el bloque %4 es necesario.

   d) En el bloque %3 de `luex` se multiplica la columna k de A por $D(k, k)$.

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

1. La solución al apartado 1 es:

$$c)\boxed{L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad p = [1, 2]}.$$

   Al aplicar `luex` a la matriz A, encuentra que para la columna 1 el elemento mayor es el $(2, 1)$ que vale 10. Multiplica a continuación la primera fila por 10, con lo que esta se convierte en $[10,\ 1]$. Al buscar de nuevo el elemento mayor, encuentra que este ahora es el $(1, 1)$ por lo que no hace intercambio de filas, y al actualizar los elementos de la matriz resta una unidad al elemento $(2, 2)$, por tanto nos queda $U = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. La matriz D es diagonal, en el primer elemento aparece 10 y el segundo queda inalterado, por tanto $D \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Como no ha habido intercambio de filas, el vector de permutaciones p resulta $p = [1, 2]$.

2. La solución es

   b) `luex` no realiza intercambio de filas y el bloque %4 del programa es innecesario.

   El motivo es que al multiplicar en cada columna k, el elemento (k, k) por el $r/A(k, k)$ donde r es el máximo de los valores de la columna k, el nuevo elemento $A(k, k)$ se convierte en el máximo de la columna y ya no se produce intercambio de filas.

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Página vacía a propósito, sin uso para el examen

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 3

Se quiere construir una función cuadrática a trozos

$$S_i(s_i) = a_i s_i^2 + b_i s_i + c_i; \quad 0 \le s_i \equiv x - x_i \le h_i \equiv x_{i+1} - x_i; \quad i = 1 : n-1;$$

que interpole los pares de puntos $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$. Se quiere hacer de manera que, además de interpolar los puntos $(S_i(0) = y_i, S_i(h_i) = y_{i+1})$, la función cuadrática tenga derivadas fijadas en uno de los extremos

$$S_i'(0) = w_i \quad i = 1 : n-1.$$

Se escribe un código a la manera de `splinetx` y `pchiptx` , llamado `quadinterp`, en el que usted DEBE ELEGIR LAS OPCIONES CORRECTAS, `(A), (B), (C)` o `(D)`, para la determinación de los coeficientes `a, b` y `c`:

```
function v = quadinterp(x,y,w, u)
% v = quadinterp(x,y,w, u) finds the piecewise quadratic interpolatory
% polynomial S(x), with S(x(j)) = y(j), and returns v(k) = S(u(k)).
% S'(x(j))=w(j) j=1:n-1; n=length(x);

% First derivatives

h = diff(x);
delta = diff(y)./h;

% Piecewise polynomial coefficients

   n = length(x);
```

c =	(A)delta	(B) x	**(C) y**	(D) h
b =	(A) h	(B) y./h	(C) delta	**(D) w**
a =	(A) (delta-w)	**(B) (delta-w)./h**	(C) delta	(D) delta./h

```
% Find subinterval indices k so that x(k) <= u <x(k+1)

k = ones(size(u));
for j = 2:n-1
k(x(j) <= u) = j;
end

% Evaluate spline

s = u - x(k);
v = c(k) + s.*(b(k) + s.*a(k));
```


WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

La función cuadrática a trozos

$$S_i(s_i) = a_i s_i^2 + b_i s_i + c_i; \quad 0 \le s_i \equiv x - x_i \le h_i \equiv x_{i+1} - x_i; \quad i = 1 : n-1;$$

tiene que cumplir tres condiciones. De ahí obtenemos los tres coeficientes

1. $S_i(0) = y_i$. Como $S_i(0) = c_i$ tenemos que $c_i = y_i$
2. $S_i'(0) = w_i$. Como $S_i'(s) = 2a_i s + b_i$; $S_i'(0) = b_i$ y por tanto $b_i = w_i$
3. Por último $S_i(h) = y_{i+1}$. Como

   $$S_i(h) = a_i h^2 + b_i h + c_i$$

   tenemos que

   $$y_{i+1} = a_i h^2 + b_i h + c_i.$$

   Despejando y sustituyendo se obtiene que

   $$a_i = (y_{i+1} - y_i)/h^2 - w_i/h = (\delta_i - w_i)/h$$

Por tanto las respuestas correctas son

c = (C) y

b = (D) w

a = (B) (delta-w)./h

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 4

Si utilizamos el algoritmo de la bisección para encontrar las raices de la ecuación

$$(x-1)^2(x+1)^2 = 0$$

en el intervalo $[-2, 3]$ ¿que raíz obtendremos? (MARQUE UNA DE LAS OPCIONES)

1. Siempre $x = 1$.
2. Siempre $x = -1$.
3. Cualquiera de las dos dependiendo de la precisión de la máquina.
4. Ninguna, no se puede utilizar este algoritmo.

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

La respuesta es la

4) Ninguna, no se puede utilizar este algoritmo.

puesto que la función es positiva, no cambia de signo, en los dos extremos del intervalo.

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 5

Considérese la siguiente función de MATLAB:

```
function x = pepe(F,t,y)
m = length(t);
A(:,1) = ones(m,1);
A(:,2) = cos(t);
for i = 1:m
   A(i,3) = quadtx(F,0,t(i));
end
A(:,4) = polyinterp(t,y,t);
A(:,5) = splinetx(t.^2,y,t);
x = A\y;
```

1. Decida si la salida de la función `pepe` es la solución de (MARQUE UNA DE LAS OPCIONES)

   a) un sistema de ecuaciones lineales;

   b) de un problema de interpolación;

   c) de una integral;

   d) de un problema de mínimos cuadrados;

   e) de una ecuación no lineal.

2. Para la respuesta dada en el apartado anterior PLANTEE EXACTAMENTE QUÉ PROBLEMA RESUELVE `pepe`.

$$x_1\,1 + x_2\,cos(t) + x_3 \int_0^t F(s)ds + x_4\,P(\{t_i, y_i\}, t) + x_5\,S(\{t_i^2, y_i\}, t) = y$$

3. Para los datos `F = @(x) sin(x^2)`, `t=[0 1 2 3 4 5 6.5 7 9.7]'`, `y=randn(9,1)`, ¿CUÁL ES LA SOLUCIÓN, O UNA DE LAS SOLUCIONES, DEL PROBLEMA RESUELTO POR `pepe`?

$$x = [0, 0, 0, 1, 0]^T$$

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

1. La salida de la función `pepe` es

   d) la solución de un problema de mínimos cuadrados

   La línea final `x = A\y` resuelve el problema $Ax \approx y$, donde las columnas de A se construyen en la líneas anteriores.

2. Las columnas de A que se van construyendo en `pepe` permiten identificar las funciones con las que se hace el ajuste:

$$x_1\,1 + x_2\,cos(t) + x_3 \int_0^t F(s)ds + x_4\,P(\{t_i, y_i\}, t) + x_5\,S(\{t_i^2, y_i\}, t) = y$$

   siendo $P(\{t_i, y_i\}, t)$ el polinomio interpolador de los puntos $\{t_i, y_i\}_{i=1}^m$ evaluado en t y $S(\{t_i^2, y_i\}, t)$ el spline cúbico interpolador de los puntos $\{t_i^2, y_i\}_{i=1}^m$ evaluado en t.

3. Si las entradas de `pepe` son `F = @(x) sin(x^2)`, `t` $= [t_1, \ldots, t_m]'$ y `y` $= [y_1, \ldots, y_m]'$, entonces `pepe` resuelve el problema de mínimos cuadrados que corresponde al sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}
x_1\,1 + x_2\,cos(t_1) + x_3 \int_0^{t_1} \sin(s^2)ds + x_4\,P(\{t_i, y_i\}, t_1) + x_5\,S(\{t_i^2, y_i\}, t_1) &= y_1 \\
x_1\,1 + x_2\,cos(t_2) + x_3 \int_0^{t_2} \sin(s^2)ds + x_4\,P(\{t_i, y_i\}, t_2) + x_5\,S(\{t_i^2, y_i\}, t_2) &= y_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \;\; \vdots \;\; \vdots & \\
x_1\,1 + x_2\,cos(t_m) + x_3 \int_0^{t_m} \sin(s^2)ds + x_4\,P(\{t_i, y_i\}, t_m) + x_5\,S(\{t_i^2, y_i\}, t_m) &= y_m
\end{aligned}$$

   Pero $P(\{t_i, y_i\}, t_j) = y_j$ para $1 \leq j \leq m$, con lo cual $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0$ es solución, independientemente de los datos `t` e `y`. Es decir la solución es

$$x = [0, 0, 0, 1, 0]^T$$

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 6

Considérese el intervalo $[0, 1]$ y la regla de cuadratura compuesta de Gauss-Legendre obtenida al aplicar la regla de Gauss-Legendre de 2 nodos a los subintervalos $[0, 1/2]$ y $[1/2, 1]$. ¿Cuáles son los nodos de la regla de cuadratura así obtenida? (Marque una de las opciones)

1. *a*)

$$\frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ 1$$

b)

$$\frac{1}{4}(1-\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{2}(1-\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{2}(1+\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{4}(1+\frac{1}{\sqrt{3}})$$

c)

$$\boxed{\frac{1}{4}(1-\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{4}(1+\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{4}(3-\frac{1}{\sqrt{3}}),\ \frac{1}{4}(3+\frac{1}{\sqrt{3}})}$$

d)

$$\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{3}},\ 1-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

2. (La mitad de los exámenes) ¿Cuál es el grado más pequeño de los polinomios para los que no es exacta? (Marque una de las opciones)

3	4	5	6
	X		

(La otra mitad) ¿Cuál es el grado más grande de los polinomios para los que es exacta? (Marque una de las opciones)

3	4	5	6
X			

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

1. La transformación del intervalo $[-1, 1]$ al $[a, b]$ está dada por

$$x = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\, t.$$

   Los nodos de la cuadratura de Gauss-Legendre son $\pm 1/\sqrt{3}$. Por tanto los trasladados al intervalo $[0, 1/2]$ resultan ser $1/4(1 \pm 1/\sqrt{3})$ y los trasladados al intervalo $[1/2, 1]$ resultan $1/4(3 \pm 1/\sqrt{3})$. La respuesta correcta es por tanto c).

2. El orden de la regla de cuadratura de Gauss-Legendre con dos nodos es tres, por tanto no es exacta (es exacta) para polinomios de grado 4 (3). Como la regla compuesta que proponemos coincide con la regla de Gauss-Legendre con dos nodos en cada subintervalo, tendrá el mismo orden de exactitud, esto es, no será exacta (será exacta) para polinomios de grado 4 (3) y superiores (e inferiores), por tanto la respuesta correcta será 4 (3).

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

PROBLEMA 7

Se quiere implementar un método para integrar el problema de valor inicial

$$y' = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0.$$

Para ello se hace lo siguiente (es un método multipaso implícito):

- Se establece el paso de integración fijo h y se hace $t_k = t_0 + kh,\ k = 1, 2, \ldots$.
- Usando un método de Runge-Kutta de orden cuatro se generan y_1, y_2
- Para $k \geq 2$ se genera y_{k+1} usando los tres últimos pasos calculados (t_j, f_j), $j = k-2, k-1, k$, siendo $f_j \equiv f(t_j, y_j)$. El procedimiento tiene dos pasos

  1. Se construye el polinomio de interpolación $P(s)$ que pasa por los cuatro puntos $(t_j, f_j), \quad j = k-2, k-1, k, k+1$
  2. Se usa la ecuación integral

$$y_{k+1} = y_{k-2} + \int_{t_{k-2}}^{t_{k+1}} P(s)ds$$

  Con esto se obtiene una expresión para y_{k+1} de la forma

$$y_{k+1} = y_{k-2} + h\left[\alpha_1 f_{k-2} + \alpha_2 f_{k-1} + \alpha_3 f_k + \alpha_4 f(t_{k+1}, y_{k+1})\right],$$

Se pide que

1. Identifique (calcule) los coeficientes que se obtendrían(MARQUE UNA DE LAS OPCIONES)

   a) $\boxed{\alpha_1 = \frac{3}{8} \quad \alpha_2 = \frac{9}{8} \quad \alpha_3 = \frac{9}{8} \quad \alpha_4 = \frac{3}{8}}$

   b) $\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = \frac{1}{3} \quad \alpha_3 = \frac{1}{3} \quad \alpha_4 = 1$

   c) $\alpha_1 = \frac{8}{3} \quad \alpha_2 = -\frac{4}{3} \quad \alpha_3 = \frac{8}{3} \quad \alpha_4 = -\frac{4}{3}$

   d) $\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 1 \quad \alpha_3 = 1 \quad \alpha_4 = 1$

   Ayuda: Si $w(s) = s(s-1)(s-2)(s-3)$, entonces

$$\int_0^3 \frac{w(s)}{(s-k)} ds = (-1)^{k+1}\left(\frac{9}{4}\right) \quad k = 0, 1, 2, 3$$

2. En el código que implementara este método en MATLAB, para calcular el valor de $y_{k+1} \equiv$ `y4` tendría que aparecer la línea (MARQUE UNA DE LAS OPCIONES)

   a) `y4 = quad(func,[t1,t4],tol,trace,varargin)`

   b) `y4 = ode45(func,[t1,t4],y3,options,varargin)`

   c) `y4 = polyfit([t1,t2,t3],[f1,f2,f3],3)`

   d) `y4 = fzero(func, y3, options,varargin)`

   donde `t1, t2, t3, t4` son las variables de MATLAB que representan, respectivamente, $t_{k-2}, t_{k-1}, t_k, t_{k+1}$ y, de la misma forma, `f1, f2, f3` representan f_{k-2}, f_{k-1}, f_k

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Escriba en el recuadro de forma clara y concisa (resumiéndolos si es necesario) los razonamientos u operaciones que ha usado para llegar a sus respuestas. Se recuerda que sin ellos la calificación de sus respuestas, incluso si son correctas, puede ser 0.

Con esto se obtiene una expresión para y_{k+1} de la forma

1. Tenemos que
$$y_{k+1} = y_{k-2} + \int_{t_{k-2}}^{t_{k+1}} P(s)ds$$
siendo $P(s)$ el polinomio de interpolación que pasa por los cuatro puntos (t_j, f_j), $\quad j = k-2, k-1, k, k+1$ es decir:
$$P(s) = \sum_{i=k-2}^{k+1} L_i(s) f_i; \quad \text{siendo} \quad L_i(s) = \prod_{j=k-2 \neq i}^{k+1} \frac{s - t_j}{t_i - t_j}$$
Al sustituir en la integral tenemos que
$$y_{k+1} = y_{k-2} + \int_{t_{k-2}}^{t_{k+1}} \sum_{i=k-2}^{k+1} L_i(s) f_i ds = y_{k-2} + \sum_{i=k-2}^{k+1} f_i \int_{t_{k-2}}^{t_{k+1}} L_i(s) ds$$
que es una expresión de la forma pedida
$$y_{k+1} = y_{k-2} + h\left[\alpha_1 f_{k-2} + \alpha_2 f_{k-1} + \alpha_3 f_k + \alpha_4 f(t_{k+1}, y_{k+1})\right],$$
siendo
$$h\alpha_i = \int_{t_{k-2}}^{t_{k+1}} L_i(s) ds.$$
Usando la expresión de $L_i(s)$ y las integrales de la ayuda se obtiene finalmente (la respuesta correcta es la `a`)
$$\boxed{\alpha_1 = \frac{3}{8} \quad \alpha_2 = \frac{9}{8} \quad \alpha_3 = \frac{9}{8} \quad \alpha_4 = \frac{3}{8}}.$$
2. Para obtener $y_{k+1} \equiv$ `y4` es necesario resolver la ecuación implícita
$$y_{k+1} = y_{k-2} + h\left[\alpha_1 f_{k-2} + \alpha_2 f_{k-1} + \alpha_3 f_k + \alpha_4 f(t_{k+1}, y_{k+1})\right],$$
es decir
$$\texttt{func}(y) \equiv h\alpha_4 f(t_{k+1}, y) - y + \gamma = 0$$
donde $\gamma \equiv y_{k-2} + h(\alpha_1 f_{k-2} + \alpha_2 f_{k-1} + \alpha_3 f_k)$ es una constante (no depende de y).
Para ello es necesario usar una rutina que busque un cero (en la variable y) de la función `func`, esta rutina en MATLAB puede ser `fzero`: (la respuesta correcta es la `d`)

```
y4 = fzero(func, y3, options,varargin)
```


WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.