Falso-Final-2024-Problema-2.pdf

quesitoo_

Mecánica de Fluidos I

2º Grado en Ingeniería Aeroespacial

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Accede al documento original

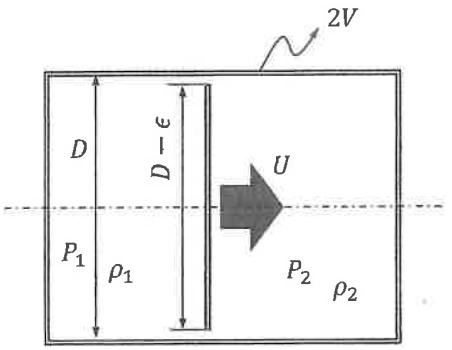
Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

DPTO. INGENIERÍA AEROESPACIAL Y MECÁNICA DE FLUIDOS	EXAMEN DE MECÁNICA DE FLUIDOS *Examen de Prueba*	24/05/2024

Problema 2

Un depósito de gas cilíndrico aislado de diámetro D y longitud $2L$ tiene en su interior un disco de espesor despreciable, alineado y perpendicular al eje del cilindro. El disco divide el cilindro en dos recintos 1 y 2, es aislante térmico, y tiene diámetro $D-d$, con $d \ll D$. Partiendo de una presión P_a y densidad ρ_a del gas en el interior del cilindro, el disco comienza a moverse con velocidad U constante hacia el recinto 2, partiendo de la posición media en el cilindro. Se pide:

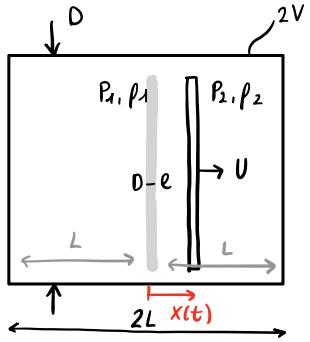
1. Aplicando la conservación de la masa, relación que cumplen las densidades de los dos recintos.
2. Relación que cumplen la presión y densidad del recinto 2 con la presión y densidad iniciales.
3. Fuerza mínima que debe realizarse sobre el disco para moverlo a velocidad U y que el flujo de gas a través de la holgura del disco sea independiente de la presión P_1 del recinto 1, como función de la densidad ρ_1 y los datos.
4. En las condiciones anteriores, ecuación (diferencial) de conservación de la masa del recinto 1. Para ello, escriba la ecuación exclusivamente para ρ_1 como función de los datos del problema. Paso a paso, calcular como función de los datos:
   - Flujo másico de gas a través de la holgura del disco como función de ρ_1 y los datos del problema.
   - Definiendo los parámetros $\alpha = \gamma^{1/2}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$, $\beta = \frac{UD}{4\alpha(P_a/\rho_a)^{1/2}d}$, $t_0 = \frac{LD}{4\alpha(P_a/\rho_a)^{1/2}d}$, y las variables $\tau = t/t_o$ y $\varphi = \left(\frac{\rho_1}{\rho_a}\right)(1+\beta\tau)$, escribir la ecuación diferencial y condición inicial que determina la variable φ.
   - Tiempo final del proceso.
   - Evolución de la variable φ con el tiempo, explícitamete.
   - Presión y densidad en cada recinto como funciones del tiempo.



WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Falso Final 2024 Problema 2



aislante térmico
condiciones iniciales P_a, ρ_a
ucte

Apartado 1

$M = \rho V$ $\qquad U = \frac{x}{t}$; $x(t) = Ut$

$M_0 = M(t)$

$$\rho_a\, 2L \frac{\pi D^2}{4} = \rho_1 \frac{\pi D^2}{4}(L + Ut) + \rho_2 \frac{\pi D^2}{4}(L - Ut)$$

$$\boxed{2L\rho_a = \rho_1(L+Ut) + \rho_2(L-Ut)}$$

Apartado 2

Ec. masa: $\frac{d}{dt}(\rho_2 V_2) + G_s - G_e = 0$

$$\rho_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{d\rho_2}{dt} = -G$$

Ec. energía: $\frac{1}{\gamma-1}\frac{d}{dt}(P_2 V_2) = G_e h_{oe} - G_s h_{os} - P_2 \frac{dV_2}{dt} + \dot{Q}$

$h_{os} = h_s = h_2 = C_p T_2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} R_g T_2 = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_2}{\rho_2}$

$$\frac{1}{\gamma-1}P_2\frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{\gamma-1}V_2\frac{dP_2}{dt} = \left(\rho_2\frac{dV_2}{dt} + V_2\frac{d\rho_2}{dt}\right)\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_2}{\rho_2} - P_2\frac{dV_2}{dt}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}P_2\frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{\gamma-1}V_2\frac{dP_2}{dt} = \frac{\gamma}{\gamma-1}P_2\frac{dV_2}{dt} + \frac{\gamma}{\gamma-1}V_2\frac{P_2}{\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \gamma\frac{P_2}{\rho_2}\frac{d\rho_2}{dt}$$

$$\int_{P_a}^{P_2}\frac{dP_2}{P_2} = \int_{\rho_a}^{\rho_2}\gamma\frac{d\rho_2}{\rho_2}$$

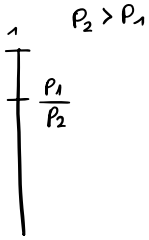
$$\ln\frac{P_2}{P_a} = \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_a}\right)^{\gamma}$$ isentrópico

$$\boxed{\frac{P_2}{\rho_2^{\gamma}} = \frac{P_a}{\rho_a^{\gamma}}}$$

Apartado 3

Equilibrio en el émbolo: $P_1\frac{\pi(2-e)^2}{4} + F = P_2\frac{\pi(2-e)^2}{4}$

$$F = (P_2 - P_1)\frac{\pi(2-e)^2}{4} = \left(1 - \frac{P_1}{P_a}\right)\frac{\pi(2-e)^2}{4}P_2$$



WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_S^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P_2 = P_a \left(\frac{\rho_2}{\rho_a}\right)^{\gamma}$$

Tobera bloqueada para que $G \neq C(P_1)$

$$F = \left(1 - \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right) P_a \left(\frac{\rho_2}{\rho_a}\right)^{\gamma} \frac{\pi(2-e)^2}{4}$$

$$\rho_2 = \frac{2L\rho_a - \rho_1(L+ut)}{L-ut}$$

Apartado 4

a) $G = G^* = (\gamma \rho_2 P_2)^{1/2} A_m \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

$$\rho_2 = \frac{2L\rho_a - \rho_1(L+ut)}{L-ut}$$

$$P_2 = P_a \left(\frac{\rho_2}{\rho_a}\right)^{\gamma}$$

$$A_m = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D-e)^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - D^2 - \underbrace{e^2}_{\simeq 0} + 2eD) = \frac{eD}{2}$$

Ecuación conservación de masa

$$\frac{d}{dt}(\rho_1 V_1) + G_S - G_e = 0$$

$$\rho_1 \frac{dV_1}{dt} + V_1 \frac{d\rho_1}{dt} = G^*$$

$$\rho_1 \frac{\pi D^2}{4} u + \frac{\pi D^2}{4}(L+ut)\frac{d\rho_1}{dt} = \underbrace{G^*}_{\text{gasto del anterior apartado}}$$

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.